

## کالبدشکافی دانش محتوایی- تربیتی به عنوان نوعی

### دانش میان‌رشته‌ای برای تدریس دانشگاهی

عظیمه سادات خاکباز<sup>۱</sup>، جمیله علم الهدی<sup>۲</sup>

نعمت الله موسی پور<sup>۳</sup>، اسماعیل بابلیان<sup>۴</sup>

تاریخ دریافت: ۹۰/۲/۱۲

تاریخ پذیرش: ۹۰/۷/۱۶

### چکیده

هدف این مقاله معرفی نوعی دانش تلفیقی و میان‌رشته‌ای برای تدریس دانشگاهی است. این دانش تلفیقی خاص از دانش تعلیم و تربیت و محتوای تخصصی است که مدرس قرار است آن را تدریس کند و به آن دانش محتوایی-تربیتی می‌گویند. با آن‌که این دانش، اثر گذارترین دانش تدریس شناخته شده است که قادر است گفتمان تدریس دانشگاهی را تخصصی کند، هنوز ماهیت آن در برنامه درسی آموزش عالی در پرده ابهام است. علت این ابهام در ماهیت میان‌رشته‌ای این نوع دانش است. در این مقاله، به کالبد شکافی این نوع دانش که ماهیتی تلفیقی دارد پرداخته می‌شود. به این منظور، موضوع ریاضی به عنوان مورد مطالعاتی تدریس انتخاب شده است. داده‌های این پژوهش از ۲۷ نفر از مدرسان ریاضی دانشگاه که در طیفی از تازه کار تا استادانی با سابقه بیش از ۳۰ سال تدریس بوده‌اند از طریق مصاحبه نیمه ساختاری و مشاهده جمع‌آوری شده است. داده‌ها از طریق کدگذاری و مقوله بندی تحلیل شدند و نتایج نشان از یک الگو با چهار مقوله بود. این الگو قابلیت گفتمان بیشتری در خصوص این دانش و تدریس دانشگاهی فراهم می‌آورد. به علاوه آن‌که می‌تواند چارچوب مناسبی جهت طراحی رشته‌های میان‌رشته‌ای که حاصل از تلفیق دو دانش تعلیم و تربیت و حوزه‌های تخصصی مانند ریاضی و علوم هستند، فراهم آورد. **واژگان کلیدی:** دانش محتوایی- تربیتی- دانش میان‌رشته‌ای- تدریس دانشگاهی.

۱. دکترای برنامه ریزی درسی در آموزش عالی (بورسیه دانشگاه اراک) [azimehkhakbaz@ymail.com](mailto:azimehkhakbaz@ymail.com)

۲. عضو هیئت علمی دانشگاه شهید بهشتی [G\\_alamolhoda@sbu.ac.ir](mailto:G_alamolhoda@sbu.ac.ir)

۳. عضو هیئت علمی پژوهشکده فرهنگی و اجتماعی وزارت علوم

[n\\_mosapour@yahoo.com](mailto:n_mosapour@yahoo.com)

۴. عضو هیئت علمی دانشگاه تربیت معلم تهران [ebabolian@yahoo.com](mailto:ebabolian@yahoo.com)

## مقدمه

مطالعات میان‌رشته‌ای اغلب به دنبال تلفیق حوزه‌های تخصصی و ایجاد و توسعه دانش‌های میان‌رشته‌ای هستند. اما گاهی دانش میان‌رشته‌ای بدون دخالت متخصصان بیرونی، حضور دارد و گاه آن‌قدر در بافت تجربیات تربیتی پیچیده شده است که قابل رؤیت نمی‌باشد. یکی از انواع این دانش‌های میان‌رشته‌ای پنهان، دانشی است که یک مدرس برای آن‌که موضوع تخصصی رشته خودش را تدریس کند، آن را به کار می‌گیرد.

مدرس دانشگاهی متخصص رشته خودش است و دانش تخصصی و پژوهشی رشته خود را دارد اما هنگامی که در جایگاه مدرس آن دانش قرار می‌گیرد، ناگزیر است آن دانش را از حالت تخصصی و یاد گرفته شده در ذهنش تبدیل به دانشی قابل یادگیری برای مخاطبان و دانشجویانش بکند. اینجاست که او باید دانش دیگری را به نام دانش تربیتی به کار بگیرد تا دانش تخصصی خود را قابل یاددهی-یادگیری کند. این دانش میان‌رشته‌ای حاصل از تلفیق دانش تخصصی و دانش تربیتی، گاه آنچنان پنهان درآمیخته می‌شود که با آن‌که یک تلفیق میان‌رشته‌ای اصیل است، مورد غفلت قرار می‌گیرد. حال آن‌که این امر اگر صریح شود، دارای قابلیت گفتمانی می‌شود و آنگاه می‌توان در مورد تدریس دانشگاهی به صورت تخصصی گفتگو کرد. زیرا آن‌گونه که تجربیات آموزش عالی نشان داده است، اغلب برنامه‌هایی که جهت بهبود دانش تدریس ارایه می‌شود از سوی متخصصان علوم تربیتی است که دانشی عام و نظری از حوزه تدریس دارند و در بیشتر موارد مورد استقبال مخاطبان که متخصصان رشته‌های دیگر هستند قرار نمی‌گیرد. به علاوه آن‌که اگر این دانش با ماهیت میان‌رشته‌ای تصریح شود، می‌تواند در راستای طراحی رشته‌های میان‌رشته‌ای که یک سر آن علوم تربیتی و سر دیگرش حوزه‌های تخصصی دیگر است، مانند آموزش پزشکی، آموزش ریاضی، آموزش علوم و ... دستمایه خوبی باشد.

## بیان مسئله

تدریس دانشگاهی یکی از حوزه‌های مطالعاتی آموزش عالی است که اخیراً مورد توجه بسیاری از متخصصان برنامه درسی آموزش عالی قرار گرفته است. با آن‌که تدریس همزاد آموزش عالی است اما همواره به دلیل غلبه روح پژوهش در آموزش عالی، تدریس در سایه پژوهش قرار گرفته است. زیرا استادان دانشگاه معمولاً پس از کسب مدرک تحصیلی، بر



فصلنامه علمی-پژوهشی

۱۳۰

دوره چهارم  
شماره ۱  
زمستان ۱۳۹۰



اساس دستاوردهای پژوهشی خود، وارد عرصه تدریس در آموزش عالی می‌شوند و توجهی به وضعیت توانایی‌های مدرسی آنان صورت نمی‌گیرد. همچنین آن‌ها بر اساس دستاوردهای تخصصی در حوزه پژوهشی رشته خود، ارتقا می‌یابند (بروگت، ۲۰۰۹). پس تدریس به عنوان یک حرفه همیشگی و در عین حال اولویت دوم در آموزش عالی در نظر گرفته شده است. نقطه عطف در به رسمیت شمردن تدریس دانشگاهی به عنوان یک حوزه مطالعاتی در آموزش عالی را می‌توان مطالعه ارنست بویر (۱۹۹۰) نام برد. بویر، با تأکید بسیار زیاد بر تدریس و تمرکز بر مفهوم «دانش پژوهشی یاددهی-یادگیری»، دانشگاه‌های آمریکا را به بازخوانی رسالت خود فراخواند که در رسالت جدید، تدریس از مغفول شدن به دلیل سیطره پژوهش، نجات می‌یافت. دانش پژوهی یاددهی-یادگیری، پژوهشی است که بر روی تدریس مفاهیم یک حوزه به منظور تربیت دانش پژوهان جدید، انجام می‌شود.

موضوع دانش پژوهی یاددهی-یادگیری اینک مورد توجه بسیاری از پژوهشگران آموزش عالی قرار گرفته است و سعی بر آن است که این ایده، عملی شود. این پژوهشگران معتقدند که عملی شدن ایده بویر در این خصوص نیاز به پیشنیازی دارد و آن توجه به مفهومی به نام «دانش محتوایی- تربیتی» است. در حقیقت، آنان دانش محتوایی- تربیتی را به عنوان قلب دانش پژوهی یاددهی-یادگیری معرفی می‌کنند که هنوز ماهیت آن در آموزش عالی مورد ابهام است (ترینگول، مارتین، بنیامین و پروسر، ۲۰۰۰؛ همچنین: پاولسن و فلدمن، ۲۰۰۶)

مفهوم دانش محتوایی- تربیتی، نخستین بار توسط لی شولمن (۱۹۸۶) در کنفرانس سالیانه انجمن آمریکایی پژوهش‌های تربیتی<sup>۳</sup> با تأثیرپذیری از دیدگاه دیویی در مورد تمایز دانش دانشمندان با دانش معلمان، به جامعه تعلیم و تربیت معرفی شد. شولمن (۱۹۸۶) دانش محتوایی- تربیتی را سودمندترین شکل بازنمایی محتوا، پر قدرت‌ترین تشبیه‌ها و تمثیل‌ها تعریف می‌کند. از نظر او این قلمرو از دانش مدرس شامل فهم اموری است که یادگیری مباحث خاص و مشخص را مشکل یا آسان می‌کند و درباره ادراکات و تصورات یادگیرندگان در سنین و مقاطع مختلف، پیش‌زمینه‌ها و بدفهمی‌هایی است که آنان در موقع یادگیری مبحث خاصی با آن روبرو هستند. شولمن (۱۹۸۷) این مفهوم را بیشتر مورد بررسی قرار می‌دهد و بیان می‌کند که دانش محتوایی- تربیتی، معجون و ترکیبی خاص از دانش محتوا به همراه دانش تربیتی می‌باشد که

1. Scholarship of Teaching and Learning (SoTL)
2. Pedagogical Content Knowledge (PCK)
3. American Educational Research Association (AERA)



خاص مدرسان آن محتوا است و ناشی از شکل ویژه دانش حرفه‌ای آنان نسبت به کارشان بوده و فهم آنان را از فهم یک متخصص آن موضوع متمایز می‌سازد.

بعد از طرح این موضوع توسط شولمن، تحقیقات زیادی روی آن در حوزه تربیت معلم و آموزش مدرسه‌ای انجام گرفت (برای مثال ببینید: گروسمن، ۱۹۹۸؛ لی، ۲۰۰۵؛ الیور، ۲۰۰۸؛ بال، تامس و پلپس، ۲۰۰۸). اما طرح دانش محتوایی-تربیتی در آموزش عالی یک موضوع جدید محسوب می‌شود که در پژوهش‌های انگشت‌شماری مورد توجه قرار گرفته است (بروگت، همان). شولمن (۱۹۹۳) که این مفهوم را نخستین بار در آموزش مدرسه‌ای به کار گرفته بود، تأکید می‌کند که توجه به دانش محتوایی-تربیتی در آموزش عالی می‌تواند چارچوب مناسبی برای مطالعه تدریس در آموزش عالی با توجه به پیچیدگی این مقوله باشد. شولمن (۱۹۹۳) در مقاله‌ای با عنوان «تدریس به عنوان یک ویژگی اجتماعی: خاتمه نگاه محض به تعلیم و تربیت»، نکته‌ای را در خصوص تدریس دانشگاهی تأکید می‌ورزد که هم اکنون دامن‌گیر نظام‌های آموزش عالی در خصوص بالندگی دانش تدریسی اعضای هیئت علمی است. برنامه‌های توسعه و بالندگی دانش تدریس استادان، هم اکنون در بسیاری از نظام‌های آموزش عالی پیگیری می‌شود اما نقد شولمن بر آن است که این برنامه‌ها، عموماً دانش عام تعلیم و تربیت را در دستور کار قرار می‌دهند. او معتقد است در پیش گرفتن این تفکر که تدریس یک مقوله عمومی است، آن را به یک ابزار تکنیکی کاهش می‌دهد و اگر متصل به رشته دانشگاهی به آن نگاه نشود، از دنیای واقعی حرفه‌ای استادان دور می‌شود.

لنز (۱۹۹۵) نیز با مقایسه چهار چارچوب مطالعاتی برای تدریس در آموزش عالی، دانش محتوایی-تربیتی را مناسب‌ترین و معنادارترین معرفی می‌کند. او بر این عقیده است که تمرکز دانش محتوایی / تربیتی بر محتوای تخصصی و رشته‌ای است که ماهیت برنامه‌های درسی آموزش عالی نیز با هویت رشته‌ای درآمیخته است. لنز (۱۹۹۵) معتقد است در بررسی جایگاه این مفهوم که خاستگاه آن آموزش عالی نبوده است باید توجه داشت که مطالعه این موضوع در بحث‌های آموزش عالی حتی بیش از آموزش مدرسه‌ای موضوعیت داشته باشد زیرا رشته دانشگاهی عامل مؤثری بر تدریس در آموزش عالی محسوب می‌شود؛ از این رو نقش دانش محتوایی-تربیتی که ریشه در محتوای تخصصی دارد، حتی بیش از آموزش مدرسه‌ای در آن نمود پیدا می‌کند. این امر در حالی است که ماهیت میان‌رشته‌ای این دانش، موجب دشواری و

پیچیدگی مطالعه آن است. تا کنون مدل‌های مختلفی برای تبیین آن طرح شده است و همچنان توافقی صورت نگرفته است. در حقیقت، با آن‌که این دانش در عمل حرفه‌ای استادان دانشگاه حضور دارد اما به صورت تجربی و ضمنی توسعه می‌یابد و صریح شفاف نشده است تا در مورد بهره‌گیری از آن، گفتگوی علمی ایجاد شود. از این رو در پژوهش حاضر یک روند معکوس برای کالبد شکافی این دانش انجام شده است. به این ترتیب که سعی شده تا با جمع‌آوری داده‌های برگرفته از تجربیات زیسته مدرسان، به کالبد شکافی این دانش پرداخته شود.

### چارچوب نظری

همان‌طور که گفته شد، دانش محتوایی-تربیتی تلفیق خاصی از دانش محتوا و تعلیم و تربیت است اما درک این تلفیق به سادگی ممکن نیست. برخی گمان می‌کنند این دانش ناشی از به هم افزودن دو دانش تعلیم و تربیت و حوزه محتوایی و تخصصی، مثلاً ریاضی، باشد، که هر یک به طور مجزا رشد کرده‌اند. با این نوع نگاه به دانش محتوایی-تربیتی ممکن است تصور شود که مؤلفه‌ای از دانش تعلیم و تربیت، مثل روش تدریس، در کنار دانش ریاضی قرار می‌گیرد و چیزی به نام روش تدریس ریاضی ایجاد می‌شود. در این بدیل، مؤلفه‌های دو حوزه دانشی، به طور موازی کنار هم دیگر قرار می‌گیرند تا تلفیق یابند. این نوع فکر، چیزی است که گس نیوسام (۱۹۹۹) آن را با «مدل ادغامی<sup>۱</sup>» دانش محتوایی-تربیتی توصیف می‌کند و مهر محمدی (۱۳۸۹) آن را تلفیق از نوع چند رشته‌ای می‌داند که آن را از تلفیق به معنای واقعی مجزا کرده و نوعی تجمیع رشته‌ها می‌خواند.

در مدل ادغامی فرض بر این است که دانش‌های ضروری برای معلمی (دانش محتوا و دانش تربیتی) به صورت هستی‌ها و اموری متفاوت از یکدیگر وجود دارند. برای فهم بهتر این موضوع می‌توان از یک تمثیل از حوزه شیمی بهره جست. در یک ماده مخلوط عناصر شیمیایی هر یک بدون از دست دادن ویژگی‌های خود وجود دارند. در مدل ادغامی نیز هر یک از سه حوزه دانش معلمی به صورت مجزا دیده می‌شوند و دانش محتوایی تربیتی به عنوان یک قلمرو و حوزه خاص و متمایز در نظر گرفته نمی‌شود. در این مدل، تدریس عمل تلفیق موضوع درسی، پداگوژی و دانش نسبت به بافت و موقعیت تدریس محسوب می‌شود.

اما گس- نیوسام (۱۹۹۹) در کنار مدل ادغامی، مدل دیگری را معرفی می‌کند به نام «مدل



فصلنامه علمی - پژوهشی

۱۳۳

کالبدشکافی دانش  
محتوایی-تربیتی...



تحویلی<sup>۱</sup>». او اظهار می‌کند در مدل تحولی، دانش محتوایی-تربیتی مبنای دانشی لازم جهت تدریس محسوب می‌شود که در مثل مانند وضعیت عناصر در یک ترکیب شیمیایی است. بدین معنی که دانش محتوایی-تربیتی از تحول و دگرگونی همه دانش‌های لازم برای تدریس کارآمد به دست می‌آید و خود، یک دانش منحصر به فرد است. همان‌گونه که یک ترکیب شیمیایی چیزی متفاوت از تک تک عناصر شیمیایی سازنده آن است و نمی‌توان به راحتی هر یک از عناصر سازنده آن را از یکدیگر جدا کرد. از این منظر دانش محتوای تربیتی دانش جدیدی است که از اجزاء سازنده آن قدرتمندتر و اثرگذارتر و شرط برخوردار از آن تدریس موثر است.

مهرمحمدی (۱۳۸۹) این رویکرد را تلفیق میان‌رشته‌ای از نوع هم‌جوشی معرفی می‌کند. او اظهار می‌کند در این نوع تلفیق که حاصل آن تولد حوزه دانشی دیگری است، رشته‌ای مادر و دهنده است و رشته‌ای دیگر، گیرنده. مسئله در رشته گیرنده طرح می‌شود و با دانش رشته دهنده به آن پاسخ داده می‌شود.

در دانش محتوایی-تربیتی ریاضی، مسئله آموزش ریاضی در رشته ریاضی مطرح می‌شود و سعی بر آن است تا با دانش تربیتی به آن پاسخ گفته شود. اما در پاسخ داده شده، مؤلفه‌ها به شدت با هم در تلفیقند و نمی‌توان آن‌ها را به راحتی مجزا کرد. در حقیقت، می‌توان گفت ماهیت دانش محتوایی-تربیتی، از نوع تحولی است. این در حالی است که لی (۲۰۰۵) معتقد است تصورات و ادراک متنوع موجود در زمینه دانش محتوایی-تربیتی ناشی از این دو مدل است. او بر این باور است که تمایز قاطع میان این دو مدل مشکل است و تمایز میان این دو مدل بسیار ظریف است. اما به نظر می‌رسد برنامه‌های درسی که با هدف توسعه دانش محتوایی-تربیتی طراحی و اجرا می‌شوند، در بیشتر موارد فقط توانسته‌اند ناظر به مدل ادغامی باشند و همانطور که سیلورمن و تامسون<sup>۲</sup> (۲۰۰۸) تأکید می‌کنند، مدل تحولی کمتر توانسته است قابلیت طراحی و اجرا پیدا کند.

برت و گرین<sup>۳</sup> (۲۰۰۹) در باب علت این امر، معتقدند در رویکرد تحولی به دانش محتوایی-تربیتی، این دانش یک حوزه دانشی تلفیق شده از تعلیم و تربیت و محتوا و زمینه است که قابل جداسازی نیست و از دانش شخصی مدرس برآمده شده است. به همین دلیل، موضوعات درسی مختلف در زمینه‌ها و بسترهای گوناگون، موجب تولید دانش‌های مختلفی از این نوع می‌شوند. این امر موجب می‌شود که بازنمایی و صریح سازی این دانش بسیار مشکل باشد

1. Transformative
2. Silverman & Thompson
3. Barret & Green

زیرا از یک مدرس به دیگری متفاوت است. همین امر، سبب می‌شود رویکرد دیگر که در آن مدرسان از بین دانش تعلیم و تربیت، بر حسب محتوا و موقعیت به‌گزینی انجام می‌دهند، بیشتر مورد نظر قرار گیرد چون ماهیت آن از قابلیت گفتمان بیشتری برخوردار است.

جدول شماره ۱ رئوس کلی دو مدل ادغامی و تحولی را با هم مقایسه می‌کند. همانطور که مشخص است، مدل ادغامی، برنامه‌های درسی را برای تربیت معلم پشتیبان می‌کند که در آن، دانش‌های تربیتی و تخصصی رشته به معلم آینده داده شود. حال آن‌که مدل تحولی، رشد و توسعه دانش محتوایی-تربیتی را از طریق تجربه کردن میسر می‌داند.

جدول شماره ۱- رئوس کلی دو مدل ادغامی و تحولی از دانش محتوایی- تربیتی، گس-نیوسام (۱۹۹۹)

مدل تحولی	مدل ادغامی	
دانش راجع به موضوع درسی، تعلیم و تربیت، بافت و موقعیت، چه به صورت جداگانه و چه به صورت تلفیقی به دانش محتوایی-تربیتی تبدیل و تحول می‌یابد و به عنوان مبنای دانشی تدریس به کار می‌رود. دانش محتوایی- تربیتی باید به خوبی ساختار یابد و در دسترس باشد.	دانش راجع به موضوع درسی، تعلیم و تربیت، بافت و موقعیت هر یک به طور جداگانه رشد می‌کند و در عمل تدریس، تلفیق می‌یابد. دانش درباره هر یک از قلمروهای دانش باید به خوبی ساختار یابد و به سهولت در دسترس باشد.	قلمروهای دانشی
مبناهای دانشی، به گونه‌ای تلفیقی به آموزشگران تدریس می‌شود. تجربه تدریس، رشد، انتخاب و استفاده از دانش محتوایی- تربیتی را تقویت می‌کند.	مبناهای دانشی تدریس به صورت جداگانه یا تلفیقی به او تدریس می‌شود. مهارت‌های تلفیقی باید رشد و پرورش داده شود. تجربه تدریس و تأمل بر آن، رشد، انتخاب، تلفیق و استفاده از مبناهای دانشی را تقویت کند.	دلالت‌هایی درباره آمادگی معلم
تعیین نمونه‌ها و الگوهای برای دانش محتوایی- تربیتی و شرایط استفاده از آن‌ها. چگونه این مثالها و انتخاب معیارها می‌تواند تدریس شود؟	تعیین برنامه‌هایی کارآمد برای آمادگی آموزشگران مورد توجه قرار می‌گیرد. چگونه می‌توان تلفیق و انتقال دانش را بهتر پروراند؟	دلالت‌هایی برای پژوهش





ماهیت تلفیقی و میان‌رشته‌ای دانش محتوایی-تربیتی سبب شده است، بخش زیادی از پژوهش‌های حیطه دانش محتوایی-تربیتی بر مفهوم سازی و شناخت مؤلفه‌های آن صورت گیرد و هنوز هم بعد از گذشت سه دهه از معرفی آن، توافقی در این زمینه وجود ندارد و پژوهشگران مختلف آن را با عناوین مختلفی معرفی کرده‌اند. شولمن (۱۹۸۷ و ۱۹۸۶) خود برای شرح و بسط این مسئله دو مؤلفه اساسی مهم برای دانش محتوایی-تربیتی در نظر گرفت: دانش نسبت به بازنمایی‌های عام و کلی موضوع درسی: شامل روش‌هایی است که صورت‌بندی موضوع درسی را در بر دارد، به گونه‌ای که آن موضوع درسی قابل درک و دریافت برای دیگران باشد.

دانش نسبت به دشواری‌های یادگیری مرتبط با محتوای یادگیری: مثلاً دانستن پیش‌فهمی‌ها و بدفهمی‌های فراگیران که مدرس با دانستن آن‌ها می‌تواند راهبردهای مناسب برای سازماندهی مجدد فهم اتخاذ کند.

گراسمن (۱۹۸۸) نیز دانش محتوایی-تربیتی را در چهار مؤلفه زیر مطرح می‌کند: دانش درباره اهداف تدریس یک موضوع؛ دانش برنامه درسی شامل ارتباط عمودی و افقی برنامه درسی؛

دانش درباره چگونگی فهم و بدفهمی یادگیرندگان؛ استراتژی‌ها و بازنمایی موضوع. مارکس (۱۹۹۰) دانش محتوایی-تربیتی را در چهار مؤلفه زیر تشریح می‌کند: موضوع درسی برای اهداف آموزشی؛ فهم یادگیرندگان از موضوع درسی؛ رسانه برای آموزش در موضوع درسی؛ فرایند آموزشی برای موضوع درسی. لی (۲۰۰۸ و ۲۰۰۵) نیز به هفت مؤلفه زیر اشاره می‌کند:

دانش درباره حوزه علمی مورد تدریس: اساسی‌ترین جزء دانش محتوایی-تربیتی، دانش درباره آن حوزه علمی است که تدریس می‌شود. مثلاً یک مدرس ریاضی نیازمند دانش در حوزه علم ریاضی است. به علاوه، دانش درباره ماهیت علم، روش‌ها و فرایندهای علمی و ارتباطات حوزه‌های مختلف علمی نیز در این مؤلفه قرار می‌گیرد. پیش‌زمینه‌ها و بنیادهای قوی علمی شرط اساسی یک مدرس باکفایت است. دانش علمی شامل دو مقوله دانش جوهری<sup>۲</sup> محتوا و دانش ترکیبی<sup>۳</sup> محتوا است.

دانش درباره اهداف: مدرسان یک حوزه علمی، دروس خود را مرتبط با اهداف آن حوزه

1. Marks
2. Substantive
3. Syntactic





علمی تدریس می‌کنند. مثلاً اگر مدرسی کاربرد دانش علمی در موقعیت‌های واقعی زندگی یا فهم ساز و کار رخدادها و حوادث در دنیای طبیعی را به عنوان هدف در نظر بگیرد، تدریس خود را در راستای نیل به این اهداف تنظیم می‌کند.

دانش سازماندهی برنامه درسی: دو نوع نگاه نسبت به سازماندهی وجود دارد. در یک منظر، توجه به تنظیمات عمودی برنامه درسی و تنظیم آن با سایر حوزه‌های دانش، مورد نظر است و در تلقی دیگر، منظور از سازماندهی برنامه درسی، روش‌هایی است که دانش به کار گرفته می‌شود. مثلاً چگونگی ایجاد دروس تلفیقی در یک حوزه علمی، چگونگی انتخاب آنچه باید تدریس شود، چگونگی سازماندهی دروس در یک نظم و روال خاص و چگونگی برقراری ارتباط بین موضوع‌ها و درس‌ها.

دانش نسبت به راهبردهای ارزیابی: ارزیابی بخش ضروری و جدایی ناپذیر عمل تدریس است. مدرسان از ارزیابی میزان فهم فراگیران به منظور سازماندهی برنامه درسی و نیز تصمیم‌گیری درباره راهبردهای تدریس و به پیش بردن اهداف تدریس خود استفاده می‌برند. دانش درباره فراگیران: در این مؤلفه دانش نسبت به سطوح مختلف فهم فراگیران، نیازها و علایق مختلف آنها، بدفهمی‌های آنان نسبت به مفاهیم علمی و پیش دانسته‌های آنان در مورد هر مبحث علمی قرار دارد.

دانش درباره راهبردهای مختلف تدریس: شامل انواع راهبردهایی که در تدریس حوزه علمی خاص کاربرد دارد، می‌شود. مدرسان در جریان تدریس بر اساس بینش و برآوردی که از پیشرفت در فهم فراگیران یا تشخیصی که از بدفهمی‌های آنان دارند، راهبردهای مختلف تدریس را به کار می‌گیرند.

دانش نسبت به مواد و منابع: دانش درباره انواع کتب کمک درسی که منتشر شده یا آنچه می‌تواند در تدریس به کار گرفته شود.

کواریک (۲۰۰۸) نیز مؤلفه‌های دانش محتوایی-تربیتی در ریاضی را شامل موارد زیر می‌داند:  
بازنمایی شامل مثال‌ها، نمایش‌ها و شباهت‌ها؛  
دانش یادگیرندگان شامل دانش اولیه و ارزیابی از درک آنان.

### روش پژوهش

در پژوهش حاضر از آنجا که هدف، کالبدشکافی دانش محتوایی-تربیتی در آموزش عالی می‌باشد و ماهیت دانش محتوایی-تربیتی ایجاد می‌کرد بر روی یک محتوای خاص تمرکز



شود، تدریس ریاضی دانشگاهی به عنوان محتوا انتخاب شده است. این پژوهش به روش کیفی انجام گرفته است و به منظور آن، ۲۷ نفر از مدرسان ریاضی دانشگاهی در طیفی از افرادی که نخستین تجربه تدریس خود را می‌گذرانند تا آنان که بیش از ۳۰ سال تجربه تدریس داشتند، انتخاب شدند. سپس مصاحبه‌ای از آنان انجام شد در مورد تدریس ریاضی دانشگاهی و سعی بر آن بود از میان تجارب زیسته آن‌ها که هم تجربه دانشجو بودن را داشته‌اند و هم مدرس بودن، دانش محتوایی-تربیتی مورد کالبدشکافی قرار گیرد. همچنین دو مورد از کلاس‌های درسی دو استاد تازه کار در نخستین تجربه تدریس آنان نیز مورد مشاهده قرار گرفت. داده‌ها از طریق کدگذاری و مقوله بندی تجزیه و تحلیل شدند. اعتبار بخشی به تفسیرها از طریق شریک کردن مشارکت کنندگان در تحلیل و نیز بررسی کدگذاری توسط سه ناظر بیرونی صورت گرفت. به علاوه آن‌که داده‌ها از چند ابزار جمع‌آوری شد و محقق حدود دو سال در میدان پژوهش درگیر بوده است.

### یافته‌های پژوهش

یافته‌های پژوهش حاضر، مدلی را جهت تبیین دانش محتوایی-تربیتی برای تدریس ریاضی دانشگاهی مشخص می‌کند که شامل چهار مقوله اصلی که در ادامه تشریح می‌شود.

### مقوله اصلی اول: دانش ترکیبی ریاضی

یکی از نخستین مسایلی که در داده‌های جمع‌آوری شده در پژوهش حاضر، در خصوص دانش محتوایی-تربیتی استخراج شد، بحث تسلط بر دانش ریاضی توسط استادان بود. در جستجوی بیشتر برای این امر، مشخص شد منظور مشارکت کنندگان از تسلط بر دانش ریاضی، چیزی بیش از دانش جوهری ریاضی و یا دانستن اصول، فرمول‌ها و قضایای آن است. منظور آنان، دانش ترکیبی ریاضیات است که به گفته شولمن (۱۹۸۶) نیز، دانشی فراتر از دانش جوهری است و به یادگیرندگان نشان می‌دهد که چگونه یک گزاره علمی در دیسپلین، اعتبار دارد؟ و اصلاً چرا ارزش دانستن دارد؟ و چگونه با سایر گزاره‌ها در درون و بیرون دیسپلین، به طور نظری یا عملی، ارتباط برقرار می‌کند. از داده‌های پژوهش حاضر، دو زیر مقوله برای این مقوله حاصل شد:

#### ۱- دانش نسبت به ضرورت وجودی موضوعات ریاضی

یکی از موارد اساسی که موجب می‌شود یادگیری ریاضی به خوبی اتفاق بیفتد، پاسخ به این



دغدغه ذهنی یادگیرنده است که «چرا یادگیری این مطلب ارزشمند است؟» تبیین ضرورت طرح یک مفهوم ریاضی، موجب می‌شود یادگیرنده ارزش آن را درک کند و برای یادگیری آن انگیزشی پیدا کند و به این جهت، استادان معمولاً در آغاز تدریس مفاهیم از آن بهره می‌گیرند. مدرس شماره ۱ معتقد است اگر این ضرورت، برای دانشجو درک نشود، بر روی تدریس اثر بدی می‌گذارد. ایشان می‌گویند: «بدترین چیز این است که این آدم سر کلاس فکر بکند که یک چیزی خونده؛ اگر این آنگاه این، اینم اثباتش. خوب بعدی. یعنی حس کنه که این یک چیز زنده‌ایه. با این کلی کاری میشه کرد. به یک دردی می‌خوره».

مدرس شماره ۱ در این باره می‌گویند که در تدریس خود، ابتدا لزوم وجود یک مفهوم را برای یادگیرنده تبیین می‌کنند، ایشان می‌گویند: «از داستان اون ... شیء شروع می‌کنیم که چی شد که اصلاً قرار شد این کار رو بکنیم؟ برا چی باید یک چیز جدیدی تعریف بکنیم؟ این سؤال در ذهن من و اون‌ها با همدیگر می‌یواش یواش خودش رو نشون می‌ده، ... اول لزوم وجود یک شیء با این ویژگی‌ها را بهش می‌رسیم».

تبیین ضرورت طرح مفاهیم ریاضی از منظر مشارکت کنندگان از طریق تمرکز بر کاربرد مفاهیم ریاضی در شبکه مفهومی ریاضی، زندگی و یا دانش‌های دیگر، امکان‌پذیر است. در مورد نخست، یعنی کاربرد مفاهیم ریاضی در شبکه مفهومی ریاضی، مدرس شماره ۷ معتقد هستند که باید به این سؤال پاسخ گفت که «این مفهوم جدید، چه مشکلی را در بدنه دانش ریاضی رفع کرده است؟» به عبارت دیگر، «کدام شکاف دانش ریاضی، با این مفهوم پر شده است؟» و به این منظور، ایشان معتقد است باید از بالاتر از سطح اصول و مفاهیم ریاضی، و یا دانش جوهری، به آن نگریست. ایشان می‌گویند:

فرض کن شما تو آنالیز حقیقی انتگرال لبگ رو می‌خونید. مثلاً تو همون مقالمون هم نوشتیم، اشاره می‌کنه که اصلاً انگیزه این‌که در ۱۹۰۰ لبگ اومد این مفهوم رو گرفت، چه نوع وضعی در انتگرال ریمان دیده بود که اومد اینو طرح کرد. بعد بین مثلاً ده‌ها انتگرال تعریف شده. به غیر از ریمان و لبگ و این چیزها، ده‌ها انتگرال تعریف شده ولی انتگرال لبگ بعد از انتگرال ریمان جا افتاد، چرا؟ در نتیجه درست لبگ اومده نگاه کرده که ریمان چه کارهایی نمی‌تونه بکنه، من مفهومی تعریف کنم که این شکاف رو پر کنه.

لذا سابقه تاریخی یک موضوع ریاضی، می‌تواند ضرورت ایجاد آن را آشکار کند. روش دیگر نشان دادن ضرورت مفاهیم ریاضی، تبیین کاربرد آن‌ها است. مدرس شماره ۱۶ در این



مورد می‌گویند: «بعضی وقت‌ها یک تعریفی که داده می‌شه، جای سؤال ایجاد میشه که این تعریف، به چه دردی می‌خوره؟ اگر قبلش یک خرده با چند تا مثال نیاز به اون تعریف رو به نظر من حسش رو تو دانشجو ایجاد کنند، این به نظر من خیلی بهتره».

در مجموع، تسلط بر دانش ریاضی از منظر مشارکت‌کنندگان، یعنی چیزی از جنس دانش ریاضی و ورای آن. یعنی دانستن آن‌که مفاهیم ریاضی چرا به وجود آمده‌اند؟ کجا قرار دارند؟ چه کاربردی دارند؟ و چه می‌خواهند بگویند؟ این امر در توصیف مدرس شماره ۲ به خوبی ترسیم شده است که می‌گویند:

واقعاً ریاضی را دونستن اینه که اولاً تسلط موضوعی داشته باشه. یک کمی تاریخ موضوع را بدونه. یک کمی ریاضی را واقعاً به عنوان یک بخش فرهنگی.... به عنوان یک فرهنگ بشناسه ریاضی را. به عنوان یک چیزی که یک سری آدم انجامش می‌دادن و یک تاریخ مفهومی داره و یک تاریخ انسانی داره. و این که هر مفهوم را در یک شبکه‌ای از مفاهیم به طور جدی بشناسه. این که کجا میره، چرا اومده. این از نظر من واقعاً ریاضی دونستنه.

## ۲- دانش نسبت به ایده اصلی موضوعات ریاضی

یکی دیگر از زیرمقوله‌های دانش ترکیبی ریاضی، تبیین ایده اصلی موضوعات ریاضی، به جای درگیرکردن یادگیرنده با جزئیات است. مدرس شماره ۲۳ ضمن تأکید به این ویژگی در تدریس استادش، واکنش خود را در مقابل آن با این عبارت توضیح می‌دهد: «انگار عمق مطلب را می‌شوند در دلتون.... چون مطلب را می‌گه».

در کاوش بیشتر در این خصوص، این طور دریافت شد که استادان ریاضی می‌بایست به جای درگیر نمودن دانشجویان با محاسبات (بیشتر در دروس با ماهیت کاربردی مطرح است) یا اثبات (بیشتر در دروس با ماهیت محض مطرح است)، ابتدا ایده اصلی پشت فرایند را به آنان آموزش دهند. مدرس شماره ۲۱ علت تدریس خوب استادش را تأکید بر طرح برهان به جای درگیری با جزئیات اثبات می‌داند و این گونه بیان می‌کند:

پایه‌ای می‌گه دیگه. زیاد رو قضیه مثل بعضی از استادها تأکید نداره که قضیه‌ها رو همش رو بنویسه پای تخته. نیازی هم نیستش. قضیه خیلی مهم رو می‌نویسه ولی قضیه‌ای که نیازی نیستش رو رد می‌کنه. میاد مثلاً برهان رو می‌گه. نمیداد او به او بنویسه که خسته بشی. میاد می‌گه که روش اثبات را بهت می‌گه این مرحله این کار رو می‌کنی، مرحله بعد کار دوم، سوم، بعد کسی هم که باهاش بیاد جلو خودش می‌فهمه.



مدرس شماره ۱۶، که در تجربه تدریس خود با این امر مواجه شده است، می گوید: مثلاً در درس حل معادلات دیفرانسیل با سری ها، چون روند حلش خیلی طولانی بود، بچه ها شاک می بودند و می گفتند خیلی سخته. من سعیم را می کردم که بگم این ها روند حلش طولانی شده، ولی سخت نیست. ایده را می گفتم. دقیقاً ایده اینه که جواب رو به این صورت به دست میارید، جایگذاری می کنید؛ حالا ممکنه که این کار طولانی بشه ولی روند حل مسئله مشخصه. به این منظور، استاد خود باید ایده اصلی آن مفهوم را عمیقاً درک کرده باشد. مدرس شماره ۱۳، معتقد است استادش علم زیادی داشته و از بالا به موضوع نگاه می کرده که می توانسته ایده کلی را بگوید و مطلب را قابل فهم کند. ایشان می گوید:

دکتر ... علمشون خیلی بالا بود، از بالا موضوع رو نگاه می کردند. وقتی که از بالا موضوع را نگاه می کردند، از بالا می گفتند که چطوری، بعد برای ما خیلی جالب بود. ... مثلاً من این درس را سر کلاس یک استاد دیگه هم بودم، واقعاً هیچی نمی فهمیدم چون اینقدر اندیس، مندیس زیاد می گذاشتند پشت سر هم، ولی ایشون به جای این که این همه اندیس بنویسند یا ریز به ریز اثبات کنند، یک دید کلی می دادند، باعث می شد این دید کلی که من از اثبات قضیه لذت ببرم. یعنی نمی اومدن گیر بدن که ریز ریز اثبات چی؟ یعنی روند کلی رو یک بار پای تخته می گفتند، بعد جزئیات هم می نوشتند.

توصیف مدرس شماره ۱۴ نیز از این نوع دانش ریاضی در تدریس استادش به این شرح است: «انگار مطلب را لمس کردند و عین یک کتگوری از بالا دارند نگاه می کنند».

### مقاله اصلی دوم: دانش درباره طراحی محتوای ریاضی

یکی دیگر از مقوله هایی که از داده های جمع آوری شده برای توصیف دانش محتوایی - تربیتی حاصل شد، دانش درباره طراحی محتوای ریاضی است، که قرار است تدریس بشود. به این منظور، سه زیرمقاله جهت توصیف دانش حاصل شد که در ادامه توصیف می شوند:

#### ۱- دانش نسبت به انتخاب محتوا

محتوای ریاضی به طور عمده با مسئله در آمیخته است و هنگامی که بحث انتخاب محتوا پیش می آید، به انتخاب مسئله می رسیم. مسئله در شکل های مختلف می تواند در محتوای ریاضی نقش آفرینی کند. از مطالب استخراج شده از داده ها می توان نتیجه گرفت که مسئله در ریاضیات در چند شکل مختلف می تواند ظاهر شود: مسئله ابتدای درس، مثال، کار در کلاس، تمرین، سمینار و پروژه؛ که آن ها باید دارای ویژگی های زیر باشند:



الف) مسایل ابتدای درس با قابلیت هیجان انگیزی، معمولاً طبیعی و تاریخی. مثلاً مدرس شماره ۲ در خصوص تمرین‌های جذاب، از اشتباهات احتمالی دانشجویان بهره می‌گیرند و می‌گویند: «سعی می‌کنم از توان و عدم توان بچه‌ها استفاده کنم. ... معمولاً این اشتباهات را خیلی از شما استفاده می‌کنم. اگر در تاریخش این اشتباه را کرده باشه، خب خیلی هیجان برانگیزه برای این که وقتی یک آدم بزرگ این اشتباه را کرده خب خیلی هیجان کار را بالا می‌بره...»

ب) مثال‌ها با قابلیت اثرگذاری، معمولاً میان‌رشته‌ای، کاربردی و مدلسازی، نه زیاد آسان و نه زیاد سخت. مثلاً مدرس شماره ۱ به یافتن مثال‌های اثرگذار تأکید کرده و می‌گویند:

فکر می‌کنم که خب این تعریف را که می‌خوام بگم چه مثالی بزمن که خوب باشه؟ و نمی‌رم به جزوه ترم پیش خودم نگاه کنم معمولاً. چون اگر نگاه کنم یادم میره، بعد سر کلاس باید از رو کاغذ بنویسمش. برای همین معمولاً می‌رم می‌گردم تو اینترنت، این ور و اون ور و دیگه یک مثال جدید پیدا می‌کنم که خوب باشه. ... که واقعاً تو ذهن آدم بمونه. می‌دونید بعضی مثال‌ها اینقدر پیچیده و اعصاب خرد کنه که کسی توجه نمی‌کنه. بعضی هاش هم اینقدر مسخره و اعصاب خرد کنه که آدم می‌گه که خب میشه دیگه که چی حالا این تعریف رو کرده؟ ولی یک مثال‌هایی که تو ذهن آدم نقش می‌بنده، اثر گذاره می‌گذاره.

مدرس شماره ۱۵ می‌گویند: «من تلاشم اینه اگر به فرض با دانشجوی عمران سر و کار دارم، سعی کنم از اون مسایلی که تو رشته خودتون درگیرند رو تو اون درس مربوط بیارم...».

پ) کار در کلاس با قابلیت درگیر کردن یادگیرندگان، معمولاً مسایل سخت با راه حل آسان که موجب جذب دانشجویان شود. مثلاً مدرس شماره ۱۰ می‌گویند:

یک مسئله‌های سختی می‌گشتم پیدا می‌کردم که راه حل آسونی داشته باشه. طوری که فهمیدن صورت مسئله خیلی سخت باشه. بعد سعی می‌کردم هر جوری شده بچه‌ها رو مجبور کنم صورت سؤال رو بفهمند... بعد سؤاله که سخت بود و اینا، با سؤال ارتباط برقرار می‌کردن، تقریباً براشون هم مقرر می‌شد که نمی‌تونن حل کنند. چون سؤال سخت بود. سؤالی که صورتش رو یک ساعت طول بکشه که آدم بفهمه، دیگه طبیعتاً نمی‌تونه حلش کنه. بعد که حلش رو می‌دیدند که تو یک خط همیشه حلش کرد، یا به یک نکته کوچیک که آدم دقت کنه، حل میشه خیلی ذوق می‌کردند. یک جورایی این چیزا حس خوبی بهشون میداد. ولی خب پیدا کردن همین سؤال‌های اینطوری خودش خیلی سخت بود.

ت) تمرین با قابلیت تنوع و تناسب با سطح دانشجو، ممکن است پراکندگی سؤالات از



آسان تا سخت و به شکل نامنظم و یا به صورت منظم و منطقی (بسته به هدف استاد) باشد زیرا مثلاً مدرس شماره ۷ معتقد به شکل منظم و مدرس شماره ۱ به نامنظم و به هم ریخته است و هر یک برای خود، استدلالی دارند.

ث) سمینار و پروژه با قابلیت ایجاد فرصت برای بالندگی علایق دانشجوی، معمولاً بخشی از محتوای درس و یا ویرای متن درس کلاس، بر اساس علاقمندی دانشجوی و یا با پیشنهاد استاد که هر دو صورت در میان داده‌ها حاصل شد.

## ۲- دانش نسبت به انسجام محتوا

زیرمقوله دیگری که در خصوص طراحی محتوای ریاضی استخراج شد، بحث تلفیق و ترکیب محتواست به قسمی که دارای انسجام باشد. مفاهیم در محتوای ریاضی به سبب ماهیت ریاضی، باید به شکل مرتبط و منسجم با یکدیگر مرتبط بشوند تا محتوا برای یادگیری، معنادار باشد. از تجزیه و تحلیل داده‌ها این طور حاصل شد که اطلاع رسانی به دو شکل تنظیم افقی و عمودی، سعی در برقراری انسجام محتوا دارند.

در ایجاد انسجام افقی در محتوا تلاش می‌شود، محتوای انتخابی برای یک درس یا حتی یک موضوع درسی دارای انسجام و پیوستگی و معناداری باشد. بحث توالی مطالب در تدریس توسط مشارکت کنندگان در تنظیم افقی بسیار مورد تأکید قرار گرفت. که در آن روالی از سوی اکثر اطلاع رسانی مطرح شد که از چرایی مفهوم شروع می‌شد و پس از آن به بیان مفهوم می‌پرداختند. آنگاه به کار با مفهوم و ارتباطات با درس‌های قبل و بعد پرداخته، در نهایت، تمرین‌هایی برای نشان دادن کاربرد آن به یادگیرندگان می‌دهد. در واقع، دائماً در ذهن یادگیرنده یک چالش ایجاد می‌شود، سپس مفهومی برای مواجهه با چالش معرفی می‌شود و به آرامی سعی دارند مفهوم را در اختیار یادگیرنده قرار دهند تا او بتواند با آن کار کند. مدرس شماره ۱ این امر را این گونه توصیف می‌کند:

.... اول لزوم وجود یک شی با این ویژگی‌ها را بهش می‌رسیم، بعد خودمون با هم تعریفی ارایه می‌دیم که اتفاقاً اا همون تعریفیه که اتفاقاً بقیه هم کردن. خیلی وقت‌ها دو سه تا تعریف پیدا میشه. بچه‌ها خودشون هی نظر میدن. بعد اونارو حذف می‌کنیم. که آره می‌شد، پیوستگی رو مثلاً اینطوری هم تعریف کنند. ولی اگر اینطوری تعریف کنند، این تابعی که اینقدر خوبه پیوسته نمی‌شه. می‌بینن اا راست می‌گن‌ها، دلشون می‌خواست این تابعه پیوسته بشه ولی پیوسته نمیشه؛ پس این تعریف حذف میشه، این تعریف هم حذف میشه. یک تعریفی می‌مونه



که بقیه هم پذیرفتند مثلاً. معمولاً با داستانه شروع می‌کنیم. یا قضیه‌ها رو همین طور. با سؤال شروع می‌کنیم، هی باهاش بازی می‌کنیم، تا برسیم به این که این شد، برای این گفتنش... خوب بعد یک خرده باهاش کار می‌کنیم. بدترین چیز اینه که این آدم سر کلاس فکر بکنه که یک چیزی خوند؛ اگر این آنگاه این، اینم اثباتش. خوب بعدی. یعنی حس کنه که این یک چیز زنده‌ایه. با این کلی کاری میشه کرد. به یک دردی می‌خوره. حداقل به درد حرف‌هایی که دفعه بعد می‌خوایم بگیریم می‌خوره. برای همین باید یک خرده باهاش بازی بشه. با اون مفهوم و این بازی حالا به شکل‌های مختلفه. و در نهایت یک سری تمرین. تمرینی که سر ذوق بیاردشون که بهش فکر کنند. نه تمرینی که بگن وای اینا نمیشه روش فکر کرد. برای همین می‌گم سخته. یعنی این که تمرین مناسبی که به درد اینا بخوره، بگذاری کنارش؛ خودش یک ماجراییه.

همچنین تعدادی از اطلاع‌رسانان به تنظیم عمودی محتوا و ارتباط بین درس‌ها در مقاطع مختلف مورد تأکید قرار می‌دهند. مدرس شماره ۴ به نحو جالبی ارتباط این امر را در درس آنالیز عددی در سه مقطع کارشناسی، کارشناسی ارشد و دکتری نشان می‌دهند و می‌گویند:

من فکر می‌کنم کار ما مثلاً توی حالا آنالیز عددی یا حل عددی هر مسئله‌ای، سخت‌ترین جاش اینه که آنالیز خطا کنیم. یعنی بگیریم که این روشی که ما داریم بعد از مثلاً  $n$  مرحله چقدر ما رو به جواب اصلی نزدیک کرده؟ اختلاف مثلاً این مرحله  $n$  ام با جواب واقعی مثلاً کران بالاش چیه؟ کران بالای اختلافش. این به قسمت مشکل هست که حالا اینجا هست که بچه‌ها را ترغیب می‌کنیم که اگر تو دوره لیسانس باشی، آنالیز ۱ رو خوب بلد باشی. اگر اوامده باشی فوق لیسانس آنالیز حقیقی خوب باید بدونی، اگه اوامده باشی تو دوره دکتری آنالیز تابعی خوب باید بدونی تا بتونیم آنالیز خطا بکنیم. همین‌طور که می‌ریم جلو مسایل مشکل‌تر میشن. توی دوره لیسانس ما دنبال یک عدد می‌گردیم توی فوق لیسانس دنبال یک بردار مجهول می‌گردیم. دکتری که میایم دنبال چند تا تابع مجهول می‌گردیم. و این‌ها هر کدوم سختی‌های خاص خودشون رو دارند و ابزار خاص خودشون رو نیاز دارند که مطلع باشی ازش.

لذا در مواجهه با آنالیز عددی، هسته اصلی درس و یا مفهوم آن، آنالیز خطاست. در کارشناسی، به دنبال یافتن یک نقطه هستیم و پیش نیاز آن، درس آنالیز ریاضی است که بر این مقوله تأکید دارد. در کارشناسی ارشد، دنبال بردار مجهول هستیم و با آنالیز حقیقی به عنوان دانش پیشنیاز سر و کار داریم و در دکتری به دنبال یافتن تابع مجهول، با آنالیز تابعی مواجه می‌شویم.



## ۲- دانش نسبت به تناسب محتوا با یادگیرنده

یکی دیگر از زیر مقوله‌های دانش طراحی محتوای ریاضی که از داده‌های این پژوهش حاصل شد، ایجاد تناسب بین محتوا و یادگیرنده است. در این خصوص اطلاع رسانی با در نظر گرفتن محتوا برای تدریس، سعی می‌کنند آن را با شرایط یادگیرنده جرح و تعدیل کنند. در این مسیر، برخی از استادان، مانند مدرس شماره ۲ انعطاف بیشتری برای محتوا قایلند و برخی مانند مدرس شماره ۱ کمتر. که البته اکثر موارد در این پژوهش در دسته دوم قرار گرفتند. مدرس شماره ۱ می‌گویند:

سرفصل رو مشخص می‌کنم، بودجه بندی‌اش رو مشخص می‌کنم. سرفصل رو از چارت وزارتخانه در میارم و بعد واسه خودم فرض کنید یک همچین کارایی هم می‌کنم. (نشان دادن برگه). اینطوری که مشخص کردم، بعد روزهای اول ترم مشخص می‌کنم من تو هر جلسه جلسه چه چیزایی رو می‌خوام بگم؛ تیرهای اصلی کار. بعد فکر می‌کنم از این مطالب چیا رو دلم می‌خواد بچه‌ها بیان بگن. یک چیزایی رو میشه بچه‌ها بگن. یک چیزایی رو نمیشه بگن؛ خودم باید بگم.

و ادامه می‌دهند:

من اول برام خیلی مهمه که روزهای هفته را جلوی چشمم داشته باشم. همیشه این کار را می‌کنم. یک همچین چیزی (یک برگه را نشان می‌دهد)، روزهای هفته را خودم مشخص می‌کنم، جدول درست می‌کنم و دقیقاً روزهایی که در آن بچه‌ها را می‌خوام ببینم مشخص می‌کنم، بعد تعطیلی‌ها رو هم مشخص می‌کنم و اینا بعد شروع می‌کنم اول به درسه فکر می‌کنم، بدون این که به کلاس کاری داشته باشم. این که درسی که می‌خوام بگم چیه؟ سرفصلش چیه؟ هدفمون چیه ته کار؟ بعد بودجه بندی می‌کنم مطالب رو توی این روزهایی که داریم. بعد یک برنامه ریزی کلی می‌کنم با توجه به این که این دانشجوها دانشجوهای چه مقطعی هستند، ورودی‌اند، سال دو هستند، سال آخرینند، کنکورینند، فوقند؟ چه مقطعی هستند؟ با توجه به این که چه مقطعی هستند، برای خودم برنامه ریزی می‌کنم.

مدرس شماره ۲ می‌گویند:

جزو معیارهای اول توجهم که در واقع تلاش می‌کنم یک مفهوم مرکزی یا بهترین حالتش اینه که یک مفهوم مرکزی را پیدا کنم برای کورس، اگر نشه دو یا سه تا اما سعی می‌کنم بین اون دو سه تا ارتباط برقرار کنم. بعد سعی می‌کنم از توان و عدم توان بچه‌ها استفاده کنم. بنابراین



این یک طرح مرکزی دارم نسبت به خود ریاضی، بعد نوع ارایه اش در واقع معمولاً اینطوریه که سعی می‌کنم از توان و عدم توان بچه‌ها استفاده کنم.

ایشان در مورد حدود و ثغور مطالب اطراف مفهوم مرکزی می‌گویند:

راستش را بخوای اونو خیلی بهش فکر نمی‌کنم. یعنی می‌گذارم با کلاس جلو بریم. خیلی .... بین نه واقعاً ندارم. ...بین البته از لحاظ وقتی که سیلابس مطرحه، این حرف واقعاً حرف جدی است، وقتی سیلابس مطرحه و تو مجبوری پوشش بدی، من واقعاً مقیدم که پوشش بدم، ولی مسئله اینه که اگر من درس را طوری داده باشم که دانشجو... البته این خیلی ایده آله‌ها اما این ایده آلیه که من دوست دارم که اتفاق بیفته، ...خب عموماً نمی‌افته. اگر درسی را جوری داده باشم که اون دانشجو نتونه اون بخشی را که من درس ندادم را خودش بخونه، خب مثل اینه که من درس را ندادم اصلاً. .... نکته اصلی اینه که اون چیزی که من درس می‌دم یک بخش چگالی از .... چگال به این معنا که در واقع اگر چیزی نبود، تو همسایگی چیزایی بود که من گفته بودم و من انتظار داشتم که این درس این توان را به بچه‌ها داده باشه، هیچ وقت نمی‌دونم که این توان را به بچه‌ها داده یا نه‌ها، ولی حداقل با این تصور اون درس را طراحی کردم. در حقیقت استدلال ایشان بر این است که به جای تکیه بر سرفصل به صورت جزئی، بخش عمده و چگال هر درس را محور قرار داده، سپس بر اساس توانایی یادگیرنده جزئیات را تعیین کنند. اگر یادگیرنده توانایی اصلی درس را کسب کند، انتظار بر آن است که بر سایر جزئیات نیز فائق آید.



فصلنامه علمی - پژوهشی

۱۴۶

دوره چهارم  
شماره ۱  
زمستان ۱۳۹۰

### مقاله اصلی سوم: دانش درباره چگونگی یادگیری دانشجویان

مقاله دیگری که از تجزیه و تحلیل داده‌های این پژوهش برای توصیف دانش محتوایی - تربیتی حاصل شد، دانش درباره چگونگی یادگیری دانشجویان است. همچنان که دانشجوی دکتری شماره ۱ در توصیف علت موفقیت تدریس استاد راهنمای خود می‌گوید: «...کاملاً انگار مخاطب رو هم می‌شناسه. یعنی می‌دونه که باید از چه دری وارد بشه و چطوری گام به گام جلو بره که مثلاً مطلب را جا بندازه». این مقوله، خود در دو زیر مقوله که در ادامه می‌آیند توضیح داده می‌شود:

#### ۱- دانش نسبت به ویژگی‌ها، نیازها و علایق یادگیری دانشجویان

یکی از دانش‌هایی که هر آموزشگری باید بشناسد، ویژگی‌ها، نیازها و علایق یادگیرنده است.



در این خصوص، به نظر اطلاع رسانیان پژوهش حاضر، دو ویژگی مقطع تحصیلی و رشته دانشجویان، نخستین شاخص‌ها هستند.

در مورد شاخص نخست، مقطع تحصیلی، تحلیل داده‌ها نشان داد از منظر اطلاع رسانیان، در سال‌های پایین کارشناسی نظارت بیشتری از سوی استاد نیاز هست و هر چه به سمت مقاطع بالاتر پیش می‌رویم از میزان مسئولیت نظارتی استاد بر فرایند یاددهی-یادگیری کاسته و بر استقلال یادگیرنده افزوده می‌شود. مدرس شماره ۹ می‌گوید:

تدریس تو مقاطع مختلف فرق می‌کند. مثلاً برای دانشجوی ارشد فرق می‌کند تا کارشناسی. تو کارشناسی استاد خیلی تعهدش بیشتره برای جذب مخاطب که دانشجو زده نشه و حتماً وارد بحث بشه و شاید عمده مطالب را هم استاد خودش می‌گه و در مجموع در پایان ترم استاده که می‌گه مطالب را. شاید تو دوره ارشد، تکنیک طور دیگریه. اونجا هم باید کاری کرد که مخاطب جذب بشه اما دست استاد بازه. خب مثلاً برو تو فلان موضوع را سرچ کن. بین چطوریه اما این را همیشه خیلی برای دانشجوی کارشناسی گفت.

مدرس شماره ۷ معتقد هستند که پاسخگویی به سؤالات در دوره کارشناسی بیشتر توسط استاد انجام می‌شود و به سؤالات جزئی هم معطوف است اما در دوره‌های بالاتر، ختم به مسایل پژوهشی می‌شود که به دانشجو واگذار می‌شود. ایشان می‌گویند:

در دوره کارشناسی شما باید کاملاً برید در جزئیات. در دوره کارشناسی شما کاملاً با ریزه کاری وارد می‌شید و تمام سؤالات را باید پاسخ بدید. در ارشد خب یک مقدار می‌تونید بعضی جاها را بسته نگه دارید. در دکتری خب کاملاً بازه چون در دوره دکترا اگر بخواید تمام جزئیات را بهش وارد بشید، می‌مونید. پس باید تدریستون طوری بشه که ضمن این که همبستگی مطالب حفظ میشه و از مقدمات شروع میشه ولی باید به مسایل پژوهشی ختم میشه.

مدرس شماره ۱۵، معتقد است دوره دکتری نیاز به اقیانوس بودن دارد و دوره کارشناسی به عمق بیشتر. ایشان می‌گویند: «شیوه اقیانوس کم عمق تو پروسه تحقیقات خیلی مؤثره به نظر من. یعنی دانشجوی دوره تحصیلات تکمیلی با مقدمه یک موضوعی آشنا میشه. بعد این می‌تونه حالا زمینه ساز بشه. ممکنه علاقمند بشه به یک موضوعی که سر کلاس مطرح شده و از اون می‌تونه تو تحقیقش بعدها به نحو مطلوبی بهره بیره. اما تو زمینه دوره لیسانس واقعاً باید مطالب عمیق ارایه بشه».

علاوه بر مقطع، رشته تحصیلی نیز مسئله بسیار مهمی است که باید به آن توجه داشت.



ریاضیات درسی است که اکثر دانشجویان دانشگاه چند واحدی باید بگذرانند و این درس عمدتاً توسط استادان ریاضی تدریس می‌شود. لذا شناخت نیازها و علایق سایر دانشجویان نسبت به ریاضی برای استادان، حایز اهمیت است. مدرس شماره ۴ در این باره می‌گویند: «توانایی‌های مخاطبشون رو بشناسند؛ ببینند آیا ریاضی عمومی رو دارن به رشته شیمی درس می‌دن، به زیست شناسی درس میدن، به علوم تربیتی دارن درس میدن، یا ریاضی محض یا ریاضی کاربردی؟ چون اینام با هم فرق می‌کنند، بنابراین مخاطب و توانایی‌های مخاطب هم خیلی مهمه».

یکی از مسایلی که اطلاع رسانی اشاره می‌کردند، تفاوت بین تدریس در کلاس‌های ریاضی و غیر ریاضی است. مدرس شماره ۱۴ اشاره می‌کند در کلاس ریاضی می‌توان محض‌تر و اثباتی‌تر تدریس نمود و در کلاس سایر رشته‌ها کاربردی‌تر. ایشان می‌گوید:

مثلاً انتگرال را که می‌خواهی بگی خوب برای ریاضی می‌ای اثبات و این‌ها رو می‌گی، در صورتی که برای رشته‌های دیگه اصلاً لازم نیست اثبات و این‌ها رو بلد باشن. اون‌ها انتگرال رو به عنوان یک کاربرد کارشون می‌خوان، یک ابزاره براشون. دلیلی نداره براشون که بیان اثبات‌ها رو بفهمند. هر جا اثبات داره، رد می‌شم. مثلاً یک فرمولی می‌گم با مثال براشون می‌گم. اما برای ریاضی اثباتش می‌کنم. اما برای رشته دیگه اثبات را بگی خسته میشه همون فرمول هم یادش می‌ره. همون فرمول هم تو یک مثال که براش می‌گی براش جا می‌افته. یا بر فرض کاربردهای انتگرال تو رشته خودش. مثلاً داری تو مدیریت درس میدی یا مثلاً اقتصاد درس میدی، وقتی کاربردهاش رو تو رشته خودشون می‌گی، براشون شیرین‌تره، بیشتر علاقمند می‌شن که انتگرال رو بخونن و یاد بگیرن، چون کاربردش رو تو کار خودشون می‌بینند.

## ۲- دانش نسبت به مشکلات یادگیری دانشجویان

یکی دیگر از دانش‌هایی که استاد ریاضی در مورد دانشجویان باید در اختیار داشته باشد تا دانش در خصوص نحوه یادگیری آنان داشته باشد، شناخت سؤال‌ها، مشکلات و بدفهمی‌های احتمالی دانشجویان در جریان یادگیری است. در اختیار داشتن این دانش، توسط مدرس شماره ۱۷ به شناختن تله‌های جلوی پای دانشجویان و خواندن فکر آنان تعبیر شده است. تشخیص بدفهمی و مشکلات دانشجویان و نیز یافتن راه حل آن یکی از دانش‌های استاد ریاضی است، آن چنان که مدرس شماره ۲۳ می‌گوید: «خیلی مهمه که آدم بدونه یک آدمی که اومده صفر کیلومتر اینجا نشسته و اولین بارشه داره با این مفهوم برخورد می‌کنه، چی رو نمی‌فهمه؟» مدرس شماره ۴ اشتباهاتی که ممکن است در ذهن دانشجویان ایجاد شود را می‌داند و آن را موقع تدریس از ذهنشان خارج می‌کنند تا دچار بدفهمی نشوند، ایشان می‌گویند:



من هر جایی تعریف آوردم بلافاصله گفتم که از این تعریف چه نتایجی می توان گرفت. مثلاً می گیم که یک ماتریسی بالا مثلثی است، در صورتی که  $A_{ij}=0$  اگر  $i > j$ . خب بلافاصله بعد از این مثلاً می گم همیشه نتیجه گرفت که ماتریس قطری هم بالا مثلثی است. بعضی ها اشتباه می کنند و می گن که پس برای  $i \leq j$  همه باید مخالف صفر باشد، چون می گیم  $A_{ij}=0$  اگر  $i > j$ . یعنی به ذهن بعضی ها میاد که پس اون بقیه صفر نیستن. بلافاصله من اینو از ذهنشون در میارم که ماتریس بالا مثلثی هم قطریه.... من این اشتباهها رو می گیرم و بعد کاری می کنم که این اشتباهها در همون مرحله اول از بین بره. همون چیزی که شما تو آموزش ریاضی دارید که معلم اشتباه دانش آموزها رو هم خیلی باید بهش توجه کنه، فقط اونایی که درست نوشتن رو بیست نده و آفرین بگه. اتفاقاً اونایی که اشتباه می کنن باعث میشه که معلم بفهمه که کجاها ضعف داشته در تدریسش. چون ضعف تدریسش باعث این مشکل برای بعضی از اینا میشه. یعنی اونطور که باید و شاید مطلب را خوب نفهمیده که این دانش آموز داره اینچنین اشتباهی رو میکنه. یا دانش آموز اشتباه مطلب رو گرفته. بنابر این اینکه معلم بدونه که کجاها را بیشتر تأکید کنه که این اشتباهات بعداً رخ نده، این خودش یکی از هنرهای معلمیه.

### مقاله اصلی چهارم: دانش درباره‌ی خلق محیط مؤثر یاددهی - یادگیری ریاضی

مقاله دیگر شناسایی شده از تجزیه و تحلیل داده‌های این پژوهش، خلق محیط مؤثر یاددهی - یادگیری است که خود دارای زیر مقوله‌هایی است که توسط آن‌ها توصیف می‌شود:

#### ۱- دانش نسبت به رویکردهای مختلف بازنمایی مفاهیم ریاضی

تحلیل داده‌ها نشان از آن داشت که مفاهیم ریاضی را توسط رویکردهای مختلفی می‌توان بازنمایی کرد که عمده‌ترین موارد شناسایی شده به شرح زیر است:

رویکرد از شهود و عینیت به انتزاع: در این رویکرد، سعی بر آن است که از طریق فعال سازی شهود یادگیرنده مفهومی برای او بازنمایی شود و سپس قضیه، فرمول، اصل و یا قانونی که در بردارنده آن شهود است، تبیین گردد. به این منظور، معمولاً از شکل، مثال‌های طبیعی و عینی، نمودار و ... استفاده می‌شود. مدرس شماره ۴ در رویکرد تدریس به این روش شرح می‌دهد:

اول این که من می‌خوام ریشه معادله  $f(x)=0$  را به دست بیارم. با شکل مثلاً بهشون نشان بدیم که منظورم چیه یعنی من اگر رو تابلو شکلش را بکشم می‌خوام جاهایی که محور  $x$ ها قطع می‌کنه را پیدا کنم. مثلاً همین شکل را که شما بکشید می‌تونید از دانشجو سؤال کنید که



خب به نظر تو باید چیکار کرد؟ چطوری باید عمل کرد؟ بعد می‌رم به انتزاعی که حالا به تابعی داریم در  $a, b$  تغییر علامت می‌ده، پیوسته هم هست، پس یک جایی بین این دو تا صفر می‌شه. حالا بگو که از این دو تا عددی که داری چجوری می‌تونی استفاده کنی و به اون ریشه نزدیک بشی؟ اکثراً این روش دو بخشی را همونجا می‌گن. می‌گن خب فاصله رو نصف می‌کنیم و بعد نزدیک میشیم، دو تا نقطه دیگر پیدا می‌کنیم، دوباره نصف می‌کنیم، دوباره نصف می‌کنیم تا نزدیک بشیم. یعنی اصلاً خود این شهود روش رو هم ارایه می‌کنه. بعد هم خب روش‌های دیگه رو بهشون می‌گیم. عیب‌های روش را می‌گی و هی روش را بهتر می‌کنی.

رویکرد شبیه سازی: مدرس شماره ۱۴ از روشی در تدریس استفاده می‌کند که آن را با عنوان شبیه سازی معرفی می‌کند و در آن از قوانینی که در مطالب پایه‌ای‌تر و به شکل مشابه وجود داشته است، بهره می‌گیرد. به طور مثال، بسته بودن ماتریس نسبت به عمل جمع را از طریق این مطلب که جمع دو عدد، یک عدد است، الهام می‌گیرد. ایشان شرح می‌دهد:

.... به فرض می‌خواهی بردار رو جمع و ضرب کنی، یا ماتریس رو، می‌ای مثلاً از اعداد این رو الهام می‌گیری. مثلاً می‌خواهی دو تا ماتریس، جمعش همیشه یک ماتریس با مرتبه‌های یکسان. تو اعداد هم ما این رو داریم، دو تا عدد جمع کنیم، جمعش همیشه یک عدد. مثلاً یک چیزی شبیه این که مثلاً بگم دو تا ماتریس جمعش همیشه ماتریس، نسبت به این عمل بسته است؛ این بسته بودن را شاید درک نکنی طرف. ولی وقتی بگی مثل این، این رو می‌گیم بسته بودن، اینم مثل این، طرف می‌فهمه. منظورم از شبیه سازی یعنی چیزی که می‌دونم طرف می‌دونه، به اون مسلطه. از اون کمک می‌گیرم که این چیز جدید رو بهش بگم، این رو بپذیره.

رویکرد مسئله محور: در این رویکرد، دانشجو با یک موقعیت ابهام مواجه می‌شود که برای حل آن مفهومی تازه نیاز دارد و آنگاه آن مفهوم به او تدریس می‌شود. مدرس شماره ۲ از کاربرد این رویکرد می‌گوید: «در واقع من دوست دارم از ابهام شروع کنم و به سمت روشنی حرکت کنم. و من فکر می‌کنم این کل ماجراست و تو همه درس‌ها این اتفاق می‌افته.... من فکر می‌کنم که ما داریم رو مسئله کار می‌کنیم، بعد مفهومی که جایی ظاهر میشه، بعد هی پررنگ میشه. هی جای دیگه دوباره ظاهر میشه».

رویکرد اتصال به دنیای کاربردی: به نظر مشارکت کنندگان پژوهش حاضر، به دو صورت کاربردی و محض می‌توان ریاضی را تدریس کرد. مدرس شماره ۱۰ از تدریس استاد خودشان به این روش می‌گوید:



...همین درس رو من دیدم خیلی‌ها محضی درس می‌دن اما ایشون خیلی کاربردی و ملموس می‌گفتن. مثلاً فرض کنید که یک روش در مورد بهینه مصرف کردن بخوابیم همین طور عامیانه بگیم، ایشون مثال‌هایی می‌زدند که دیده بودند اونجا واقعاً تو انگلیس دیده بودند. مثلاً می‌گفتند من تو انگلیس می‌خواستم تماس بگیرم با ایران چند تا شرکت مخابرات بود و اوایل نمی‌دونستم و یکیش رو انتخاب می‌کردم و زنگ می‌زدم، می‌دیدم اچقدر هزینش زیاد شد. بعداً فهمیدم که خیره خب اگر من قراره که مثلاً با ایران تماس داشته باشم، توی ماه کلاً مثلاً یک ساعت صحبت بکنم، فرمولش رو درآوردم که ۱۵ دقیقه با فلان شرکت صحبت کنم، ۲۰ دقیقه با فلان شرکت، دوازده دقیقه با فلان شرکت؛ پولش کمتر میشه. (خنده) می‌دونی. بعد مثلاً ما ذوق می‌کردیم ا عجب چیز جالبی. یا مثلاً به خاطر این که تسلط داشت دیگه. یا مثلاً می‌گفت می‌خوایم یک تولیدی لباس بنزیم، الگوی پارچه داریم، الگوی لباس رو چه جوری بچینیم که ضایعات این پارچه‌ها کمتر بشه. یا مثلاً می‌خوان ورقه فولاد رو برش بدن، خب می‌خوان برش بدن با اون الگویی که دارن، چه جوری فولاد به اون گرونی رو برش بدن که ضایعات فولاد کم بشه؟ ورقه‌های فلز مثلاً یا هر چیز دیگری. بعد می‌گفتیم چه جالب!!!

البته باید ذکر کرد که اولاً رویکردها محدود به این موارد نیستند و ثانیاً برای هر کدام از رویکردها، رویکرد رقیب هم می‌توان تعریف کرد. یعنی مثلاً رویکرد از شهود به انتزاع، رویکرد رقیبی چون از انتزاع به شهود رقیب می‌کند. رویکرد مسئله محور که به دنبال ایجاد ابهام و چالش برای یادگیرنده است و حرکت از ابهام به روشنی، می‌تواند رویکرد رقیبی چون بازگویی واقعیات و حرکت از روشنی به ابهام را ایجاد کند. همچنین رویکرد اتصال به دنیای کاربردی، رویکرد رقیب محض تدریس کردن و رویکرد گریز زدن، رویکرد رقیب تدریس گام به گام را ایجاد خواهد کرد. هر کدام از رویکردها در جای خود می‌تواند مؤثر واقع شود و رسالت مدرس ریاضی، آگاهی از وجود آنهاست تا در جای مناسب بتواند از آنها بهره بگیرد.

## ۲- دانش نسبت به ابزارهای خاص بیان در ریاضی (نوشتن و گفتن)

ریاضیات، درسی است که به سبب ماهیت خود، با نوشتن ارتباط بسیار زیادی دارد، لذا نوشتن یکی از ابزارهای تبادل دانش در آن است. به علاوه بیان و گفتار نیز ابزار دیگری در برقراری ارتباط برای تبادل دانش است. لذا این زیرمقوله یکی از مسایل اساسی در خلق محیط مؤثر یاددهی-یادگیری ریاضی است. بیان شیوا و خوش خطی، نظم و انسجام در نوشتن، بارها در داده‌های اطلاع رسانی‌های مختلف مورد تأکید قرار گرفته است. مثلاً مدرس شماره ۹ بیان



شیوای استادش را عامل مهم درک تدریس او معرفی می‌کند. مدرس شماره ۱۲ نیز از تبحر استفاده استادش از تابلو می‌گوید:

...اینقدر هم تجربه داره که می‌دونه که الان کجای تخته را باید پاک کنه، کجا را نباید پاک کنه. مثلاً یک بار می‌خواست یک چیزی درس بده، اولین تعریف رو که تو درس گفت، نوشت پای تخته. بعد هی می‌نوشت، پاک می‌کرد. کسی حواسش نبود که چرا این رو پاک نمی‌کنه. مثلاً هی تخته رو می‌خواست پاک کنه، همه را پاک می‌کرد، اون را پاک نمی‌کرد. کسی حواسش نبود که چرا اونو پاک نمی‌کنه. بعد یک سؤالی پرسید، کسی بلد نبود جواب بده. گفت فکر کنید، کسی بلد نبود. بعد تعریف رو نشون داد، زیر یک کلمه خط کشید. معلوم بود اینقدر درس داده که می‌دونه می‌خواد از اون استفاده کنه، دوباره نوشت، دوباره همون رو نگه داشت. مدرس شماره ۱۳ از ارتباط مطالب که استادش پای تخته ایجاد می‌کند چنین می‌گوید:

بینید همین نوشتنشون فوق العاده است و این که روند فکری، خب اگر بخواد اثبات گفته بشه به خیلی چیزها نیازه. همه این چیزها را حتی اگر اون ساعت گفته شده باشه، پاک نمی‌کنند؛ پای تخته نگه می‌دارند، چیزای دیگری هم که لازمه می‌نویسند. بعد یادآوری می‌کنند که این چیزها یادتونه؟ اگر یادمون باشه که می‌گیم، اگر نه خودشون یادآوری می‌کنند و به صورت نکته نکته بغل تخته کوچیک می‌نویسند. قضیه را که اثبات می‌کنند، قشنگ می‌فهمی که الان اینی که گفته شده، نکته‌ای که قبلش گفته به این نیاز داریم. اینا خیلی کمک می‌کنه.

### ۳- دانش نسبت به درگیر نمودن یادگیرنده در فرایند یاددهی-یادگیری ریاضی

یکی از زیر مقوله‌های دیگر برای خلق محیط مؤثر یاددهی-یادگیری ریاضی، درگیر کردن و مشارکت یادگیرنده در فرایند تدریس است. نکته مهم در این خصوص آن است که یادگیرنده با حل مسئله درگیر شود. مدرس شماره ۷ با تأکید بر این امر، عدم توجه به این مسئله را یکی از نواقص آموزش ریاضی می‌دانند و می‌گویند:

متأسفانه الان یکی از خطرات، مخصوصاً در آموزش ریاضی اتفاق افتاده اینه که حل مسئله حذف شده از آموزش. بعد در واقع بدون ... میشه گفت تنها شیوه یادگیری ریاضیات، حل مسئله است. تنها شیوه. یه اصطلاحی هست اینجا معمولاً می‌گن آموزش به وسیله عمل<sup>۱</sup>. این شاید می‌گم اصلاً بدون اغراق بگیم که تنها شیوه ای هست که شما می‌تونید ریاضیات رو یاد بگیرید. اگر این شیوه انجام نشه در واقع بشه مفاهیم رو یاد گرفت بدون این که مسایل را حل کرد.



مدرس شماره ۵ نیز انتقاد دانشجویان در کلاس‌هایی که استاد سعی نمی‌کند دانشجو را درگیر در فرایند حل مسئله بکند، چنین می‌گویند:

ما الان دانشجویهایی داریم که با صراحت تموم میان به ما می‌گن فلان استاد از زمانی که وارد کلاس میشه، پشت به دانشجو، رو به تخته، مرتب می‌نویسه، پاک می‌کنه، می‌نویسه، پاک می‌کنه. هیچ تعاملی با دانشجو نداره. تمام هم و غمش اینه این سرفصل رو یا اون کتابی که انتخاب کنه، تموم بشه و نه این‌که بگید بی سواده‌ها، باسواد هم هست ولی در یک کلام می‌گفت ما بهره‌ای از ایشان نبردیم.

#### ۴- دانش نسبت به ارزیابی و بازخورد یادگیری ریاضی دانشجویان

همان‌طور که ذکر شد، یکی از عوامل یادگیری، درگیری عملی دانشجو با حل مسئله است. اما اطلاع‌رسانان این پژوهش هم زمان با این مسئله تأکید می‌کنند، استادانی که تمرین و مسئله می‌دادند و سپس بازخورد آن را نیز به دانشجو ارائه می‌دادند، معلمان مؤثری بودند. مدرس شماره ۵ از زبان یادگیرندگان، تدریسی را مؤثر می‌داند که استاد آنان را مورد ارزیابی قرار دهد. ایشان می‌گویند:

... این‌که برگردم از ما چند تا سؤال بکنه. بینه اصلاً ما پشت سر استاد حرکت می‌کنیم؟ اصلاً می‌فهمیم یا نه؟ بعد اشاره می‌کردند به این‌که ما درس شما را خیلی بهتر از ایشان می‌فهمیم. بهشون می‌گفتم چرا؟ به نظر من، ایشان باسوادتر از منه. می‌گفتند نه شما مرتب از ما سؤال می‌کنید. هی ما را می‌برید پای تخته. می‌گید دفعه بعد از تون سؤال می‌کنم. همین باعث میشه بریم بخونیم این درس رو. بعدش هم می‌آید پای تخته می‌رید، شروع می‌کنید به نوشتن و گفتن، هی مرتب ما .... ایرادات ما رو بیان می‌کنید. این برای ما خیلی اهمیت داره.

۵- دانش نسبت به بهره‌گیری از قابلیت فناوری اطلاعات و ارتباطات در تدریس ریاضی یکی از زیرمقوله‌های دیگر در جهت خلق محیط مؤثر یاددهی- یادگیری در آموزش ریاضی دانشگاهی، بهره‌گیری از قابلیت فناوری اطلاعات و ارتباطات است. تجزیه و تحلیل داده‌های جمع‌آوری شده نشان داد که اطلاع‌رسانان این پژوهش با این امر به دو صورت عمده مواجه می‌شوند:

استفاده از نرم‌افزارهای ریاضی: نرم‌افزارهای ریاضی مانند مطلب، میپل و جئوجبرا<sup>۱</sup> و ... وجود دارند که محیط آن‌ها برای کار با مسایل ریاضی طراحی شده است. مدرسان ریاضی به منظور

1. Matlab و Maple و GeoGebra





عینی کردن الگوریتم‌ها و فرمول‌ها و قضایا، از این نرم افزارها در تدریس خود بهره می‌گیرند. مثلاً مدرس شماره ۴ در نقش این نرم افزارها در آموزش ریاضی می‌گویند:

ما یک درس آنالیز عددی دو داریم که تو این درس روی ماتریس‌های بزرگ و اینا کار می‌کنند. حل دستگاه و پیدا کردن مقدار ویژه و این چیزا. نمی‌دونم اشکال دانشجویهای ما چیه، جبر خطی‌شون خیلی ضعیفه. کار کردن با ماتریس‌ها براشون مشکله. حالا شاید از دبیرستان این ماتریس بد به دانش آموزها تدریس میشه که یک نوع وحشتی دارن ازش، به هر جهت کار کردن باهاشون سخته. اولین راهنمایی که من بهشون می‌کنم اینه که سعی کنید اون‌ها رو با نرم افزارهایی که با ماتریس‌ها کار می‌کنند، آشنا کنید که این ابهت ماتریس از ذهنشون بره. چون وقتی میگی یک ماتریس ۵۰۰ در ۵۰۰ اصلاً یک وحشتی دارند. حالا درایه‌هاش رو بدی به کامپیوتر، بعد هر کاری می‌خوای باهاش انجام میدی. اگه این کار رو، بهشون میگم که سعی کنید اون‌ها رو با برنامه نویسی، استفاده از یک نرم افزار مثل Matlab این مشکل رو یک کم تخفیف بدید. از بین نمی‌بریدش، وجود داره، ولی میشه تخفیفش داد.

لذا در این شرایط، نرم افزارهای ریاضی برای غلبه بر ترس از ریاضیات و ایجاد تعامل بیشتر بین محتوا و یادگیرنده کاربرد دارند.

استفاده از قابلیت‌های عمومی تکنولوژی اطلاعات و ارتباطات: بحث دیگر، کاربرد قابلیت‌های عمومی کامپیوتر مثل PowerPoint و یا استفاده از اینترنت است که همه حوزه‌های آموزشی را دگرگون کرده است و از آن جمله، در آموزش ریاضی نیز تأثیر دارد. مدرس شماره ۵ از تجربه خود برای به کارگیری آن‌ها می‌گویند:

اخیراً چند سالی است که من به شدت به این اعتقاد پیدا کردم که اگر از این دستگاه‌های Power Point استفاده نکنیم، به عبارت دیگر از ویدیو پرژکتور استفاده نکنیم، بسیار مفید واقع میشه. یعنی این که شما متن را می‌اندازید روی پرده، دانشجو این رو می‌بینه و در نتیجه وقت زیادی صرفه‌جویی می‌شه چون که همه این مطالب را باید پای تخته بنویسید پس اینجا صرفه‌جویی می‌شه در وقت. اما این هم که صحیح نیست که شما فیلم تماشا نکنید. استاد حالا باید این هنر را داشته باشه که از روی این توضیح میده، بعد یک نکاتی رو پای تخته جداگانه می‌نویسه. بعد این دانشجو مطالبی رو که داره پای تخته می‌بینه و نگاه می‌کنه به تخته، استاد هم داره حرف می‌زنه. داره پیرامون اون‌ها با اشاره به فرمول‌ها و مطالب علمی که اونجا نوشته شده، داره توضیح میده. هر جا هم که لازم شد میره پای تخته و بازش می‌کنه مطلب رو. مثال

می‌زنه بر اش، شکل می‌کشه بر اش که خوب به طور شهودی تفهیم بشه. این باعث می‌شه که ما وقت بیشتری داشته باشیم که بتونیم توضیح بیشتری بدیم، مثال بیشتری بزیم، شکل بیشتری بکشیم و راندمان بهتری داشته باشیم.

البته یکی از مدرسان دیگر اذعان کرد اسکن مطالب اثباتی و استفاده از پاورپوینت برای آن‌ها زیاد برای یادگیری مؤثر نیست، بلکه درگیری استاد با گچ و تخته، فکر کردن و اشتباه نوشتن و پاک کردن او، فرصت درگیری با مسئله را به دانشجو می‌دهد. ایشان معتقد است برای نشان دادن شکل‌هایی، مثلاً در محاسبات انتگرال‌های چندگانه، به سبب عینی‌سازی، استفاده از این روش مؤثر است.

### ۶- دانش نسبت به بهره‌گیری از جنبه‌های زیبایی شناختی در تدریس

یکی دیگر از مسائلی که در خلق محیط مؤثر یاددهی-یادگیری ریاضی مطرح است، بهره‌گیری از جنبه‌های زیبایی شناختی در برقراری ارتباط با یادگیرنده است که در این خصوص، دو مورد شناسایی شد. مدرس شماره ۳ در این زمینه، معتقد است باید از چاشنی‌های تدریس که نقش روان‌کننده یادگیری دارند مانند داستان، طنز، انیمیشن، کاریکاتور و ... بهره گرفت. ایشان می‌گویند:

معمولاً سعی می‌کنم که یک موقع، مثلاً این‌که الان پاورپوینت درس می‌دم، خیلی الان فرق کرده. مثلاً تو پاورپوینتم انیمیشن می‌گذارم، بچه‌ها بخندند. من خودم بعضی وقت‌ها سر کلاس خوابم می‌بره و حتی می‌بینی بعضی وقت‌ها یک چرت هم زدم. وقتی خوابم می‌بره دیگه مطلب اصلاً از دست میره. و طبیعیه... برای همین من یک درسی درس می‌دادم به بچه‌ها، یک انیمیشن گیر آوردم، یک اثبات بود خیلی طولانی بود، بعد یک انیمیشن گیر آوردم یکی داره عرق می‌کنه، تشنشه، آب گرفته دستش، آخر اثبات اون رو می‌گذاری، بچه‌ها کلی خندیدند، بعد اصلاً همون شارژشون می‌کنه. البته من این کار رو نمی‌تونم همیشه انجام بدم. بعضی وقت‌ها ایده‌ای ندارم. مثلاً کلی لطفه ریاضی بلدم، سعی می‌کنم اونارو وسط تدریس خرجش کنم. برای این‌که رفرش کنم بچه‌هارو، تازه یعنی ذهنشون رو تازه کنم، خواب از سرشون بپره. یک موقع‌هایی خشکی درس چیز شه. یا یک زمان‌هایی به بچه‌ها داستان می‌گم من سر کلاس. یعنی داستان در حد دو دقیقه، سه دقیقه از ریاضی‌دانان معروف می‌گم که فلانی مثلاً برای این‌که فلان کار رو بکنه، فلان کار رو بعد بحث می‌کنم که یک آدمی که نه تنها از نظر علمی خوب بوده، شاید از نظر شخصیتی خوب بوده. یا چقدر مثلاً بحث می‌کنم که چقدر دانشمندا



آدم‌های پر تلاشی هستند، براشون مثال می‌زنم. یک بحث‌های اینجوری هم می‌کنم سر کلاس. مدرس شماره ۵ نیز در مورد و زبان بدن توضیح می‌دهند:

یک سخنران تازه باید هنر دیگری هم داشته باشه. تو برخی از قسمت‌ها صدایش رو بیاره بالا، تو یک قسمت‌های دیگری صدایش رو بیاره پایین. یک سخنران، یک معلم خوب، نباید یک جا ثابت بایسته. باید قدم بزنه. هی ژست‌های مختلفی بگیره. اصطلاحاً در زبان انگلیسی بهش می‌گن Body Speaking. این یک نوع صحبت کردن با اعضای بدنشه. این که چه رفتاری داشته باشه؟ چهره‌اش خندان باشه؟ عبوس باشه؟ جدی باشه؟ دست‌هاش رو چه طوری تکون بده. بعضی‌ها بی خودی در کلاس حرکت می‌کنند که محصل حواسش بی خودی روی حرکات استاد یا معلمه. بعضی‌ها هم فیکس میره پشت میز می‌شینن و تکون نمی‌خورن و مرتب حرف می‌زنن..

مدرس شماره ۱۷ معتقد است که استادان باید بازیگرهای خوبی در کلاس درس باشند.

#### ۷- دانش نسبت به جنبه‌های مدیریتی کلاس درس ریاضی

یکی دیگر از زیرمقوله‌های استخراج شده به جنبه‌های مدیریتی کلاس درس ریاضی بر می‌گردد. یکی از مهم‌ترین مواردی که در خصوص مدیریت کلاس درس بسیار مورد اشاره قرار گرفت، آماده بودن و تسلط استاد بر محتوای کلاس درس است که توسط مدرسان شماره ۲۲ و ۲۳ به شکل صریح بر آن تأکید شد. آنان معتقد بودند که نداشتن تسلط بر محتوا و نیز عدم آماده بودن استاد در کلاس درس، موجب برهم زدن مدیریت کلاس درس می‌شود و در واقع برای مدیریت مناسب کلاس درس، باید بر محتوا و جریان کلاس مسلط بود. مدرس شماره ۱۳ نیز در این باره می‌گوید:

این که مسلط مسلط بری سر کلاس. می‌دونی من علم ریاضی رو دارم، حد رو بلدم، مشتق رو بلدم، اما این که تایم کلاس دستم باشه، کی بچه‌ها خسته می‌شن؟... برای اون تدریسی که تو اون جلسه داری میشه کلی برنامه‌ای ریخت. و این که خوب خونده باشی، مثالی که لازم داری، چیزی که لازم داری با خودت برده باشی که کلاس از دستت در نره.

در بطن این موارد استخراج شده نکته‌ای وجود دارد و آن جدیت در کلاس درس ریاضی است. البته جدیت را نباید با سختگیری و خشونت قرین دانست، بلکه جدیت داشتن در خصوص تدریس ریاضی و کلاس درس که به موجب آن استاد متعهد به حضور به موقع، پوشش زمانی مناسب برای محتوا، روابط متعادل و صمیمانه استاد و دانشجویی و نظم فکری و عملی در امور می‌شود که توسط مشارکت کنندگان بیان شد.

یکی از حساس‌ترین مواردی که جدیت در آن نقش مهمی ایفا می‌کند، برقراری روابط





متعادل بین استاد و دانشجو است. برقراری این تعادل در روابط بین استاد و دانشجو، آنچنان که نه رهایی محسوب شود و نه فشار، کار بسیار دشواری است. به طور مثال تجربه‌ای از مدرس شماره ۱ در این خصوص که به شرح زیر است، سختی این کار را آشکار می‌کند:

دقیقاً آدم انگار که لبه یک دیوار باریک داره راه میره. یک ذره کاراش افراط و تفریط برایش پیش بیاد خراب میشه. .... یادمه یکی از دانشجوها بود، این خیلی آدم منزوی بود. بعد من خیلی سعی کردم باهاش ارتباط برقرار بکنم. خیلی زحمت کشیدم و این‌ها. یکهو این جور شد دیگه با من. طوری که می‌امد سؤال می‌پرسید، اشکالاش رو می‌پرسید و اینا. بعد شاید من دیگه زیاده روی کردم و یادم رفته بود که خب دیگه بین تموم شد دیگه. می‌خواستی این راه بیفته دیگه که راه افتاد دیگه. دست از سرش بردار دیگه، چی کار داری هی گیر میدی بهش؟ حالا چی کار می‌کنی؟ اینو خوندی؟ اونو خوندی؟ کجا بودی؟ چرا رفتی بیرون؟ سر کلاست نبود؟ دیگه از حد فکر می‌کنم که داشت می‌گذشت. می‌دیدم که داره یک جور دیگه میشه. حالا دیگه می‌خواد لچ من رو در بیاره. قبلاً با هم کاری نداشتیم. یک مدتی تو رودروایسی می‌خواست، برام احترامی قایل بود و از طرفی می‌خواست رو حرف من حرف نزده باشه. یک چیزی می‌گفتم بهش گوش می‌داد ولی یک حدی که من دیگه بیشتر پام رو از گلیمم درازتر کردم، حس کردم ایا حالا دیگه یواش یواش داره با من لجبازی می‌کنه. انگار می‌خواد بگه که من وجود مستقلی هستم، به خودم مربوطه که اصلاً حذف کنم درس رو یا نکنم. بیفتم یا نیفتم. به تو چه؟ ناخودآگاه این حس رو می‌کردم. بعد باز هی سعی کردم یک خرده کمش کنم. بعد یک مدت رفتار خودم رو عوض کردم، بعد دیدم ای وای این دوباره رفت همونجایی که بود. (خنده). یعنی واقعاً اینطوری‌ها. هی این ور و اون ور میشه. نوسان‌ها رو قشنگ آدم حس می‌کنه که زیادی داره یک کاری رو میکنه، حالا کم کرد دوباره. تا به تعادل برسه یک خرده سخته. ولی خب خدا رو شکر اون مشکلش حل شد ولی من اینو قشنگ یادمه که هی اتفاقه می‌افتاد. مرزها رو آدم گم میکنه.

### بحث و نتیجه گیری

در جمع بندی آنچه گفته شد، می‌توان گفت مؤلفه‌های دانش محتوایی-تربیتی برای آموزش ریاضی دانشگاهی عبارتند از:

### دانش ترکیبی ریاضی

دانش نسبت به ضرورت وجودی موضوعات ریاضی

دانش نسبت به ایده اصلی موضوعات ریاضی

### دانش درباره طراحی محتوای ریاضی

دانش نسبت به انتخاب محتوا

دانش نسبت به انسجام محتوا

دانش نسبت به تناسب محتوا با یادگیرنده

### دانش درباره چگونگی یادگیری دانشجویان

دانش نسبت به ویژگی‌ها، نیازها و علایق یادگیری دانشجویان

دانش نسبت به مشکلات یادگیری دانشجویان

### دانش درباره خلق محیط مؤثر یاددهی-یادگیری ریاضی

دانش نسبت به رویکردهای مختلف بازنمایی مفاهیم ریاضی

دانش نسبت به ابزارهای خاص بیان در ریاضی (نوشتن و گفتن)

دانش نسبت به درگیر نمودن یادگیرنده در فرایند یاددهی-یادگیری ریاضی

دانش نسبت به بهره‌گیری از قابلیت فناوری اطلاعات و ارتباطات در تدریس ریاضی

دانش نسبت به ارزیابی و بازخورد یادگیری ریاضی دانشجویان

دانش نسبت به بهره‌گیری از جنبه‌های زیبایی شناختی در تدریس

دانش نسبت به جنبه‌های مدیریتی کلاس درس ریاضی

این مدل از مؤلفه‌های دانش محتوایی-تربیتی از مدل‌های مشابه که توسط شولمن، گراسمن، کواریک، مارکس و سایرین ارائه شده است کامل تر است و البته در موارد بسیاری دارای مشابهت‌هایی با آن‌هاست. این مدل می‌تواند یک الگوی خام در خصوص دانش محتوایی-تربیتی برای تدریس در آموزش عالی باشد که نیاز به آزمون و تعدیل در سایر رشته‌ها نیز دارد. به علاوه آن‌که پژوهشی در خصوص برنامه درسی رشته آموزش ریاضی نشان می‌دهد که با آن‌که این برنامه درسی به شکل میان‌رشته‌ای طراحی شده است، در اجرای دانشگاه‌های مختلف، به سمت شق‌های مختلف تعلیم و تربیت و ریاضی تغییر جهت پیدا می‌کند (خاکباز، مهرمحمدی و موسی پور، ۱۳۸۹). این امر هم به آن علت بوده که تلفیق مناسبی بین دانش ریاضی و تعلیم و تربیت صورت نگرفته است. مقوله‌های حاصل می‌توانند یک چارچوب برای طراحی برنامه‌های درسی میان‌رشته‌ای تعلیم و تربیت و حوزه‌ها محتوایی دیگر که در اینجا ریاضی هست نیز محسوب شوند و به عبارت دیگر محتوای این قبیل برنامه‌های درسی با عنایت به این مدل مورد بازنگری قرار بگیرد.



فصلنامه علمی-پژوهشی

۱۵۸

دوره چهارم  
شماره ۱  
زمستان ۱۳۹۰

## منابع

خاکباز، ع؛ مهرمحمدی، م و موسی پور، ن. (۱۳۸۹). بررسی برنامه درسی میان‌رشته‌ای در آموزش عالی از منظر چگونگی تغییر آن در سطوح مختلف برنامه درسی (مورد مطالعه: برنامه درسی کارشناسی ارشد رشته آموزش ریاضی). دوفصلنامه مطالعات برنامه درسی آموزش عالی، سال ۱، شماره ۲. ص ۵۶-۲۷.

مهرمحمدی، م (۱۳۸۸). ملاحظات اساسی درباب سیاست‌گذاری توسعه علوم میان‌رشته‌ای در آموزش عالی از منظر فرایند تکوین. فصلنامه مطالعات میان‌رشته‌ای در علوم انسانی، شماره ۳، ص ۱۸-۱.

Ball, D.L., Thames, M.H., & Phelps, G. (2008). **Content knowledge for teaching: What makes it special?** *Journal of Teacher Education*. 59 (5). 389-407.

Barret, D. & Green, K. (2009). **Pedagogical content knowledge as a foundation for an interdisciplinary graduate program.** *Science Educators*. 18(1).

Boyer, E. L. (1990). **Scholarship reconsidered: Priorities of the professoriate.** Princeton, NJ: *The Carnegie Foundation for the Advancement of Teaching*.

Brog, E. (2009). **Pedagogical and curricular thinking of professional astronomers teaching the Hertzsprung- Russell diagram in introductory astronomy courses for non-science major.** PhD dissertation of the University of Arizona

Gess-Newsome, J. (1999). **Introduction and orientation to examining pedagogical content knowledge.** In Gess-Newsome, J. & Lederman, N.G. (1999). *Examining pedagogical content knowledge*. Netherlands: Kluwer Academic Publishers.

Grossman, P.L. (1988). **A study in contrast: Sources of pedagogical content knowledge for secondary English.** PhD dissertation, Stanford University, Stanford, CA.

Kovarik, K. (2008). **Mathematics educators' and teachers' perception of pedagogical content knowledge.** PhD dissertation of Columbia University.

Lee, E. (2005). **Conceptualizing pedagogical content knowledge from the perspective of experienced secondary science teachers.** PhD dissertation of the University of Texas at Austin.

Lee, E. & Luft, J. A. (2008). **Experienced secondary science teachers' representation of pedagogical content knowledge.** *International Journal of Science Education*, 30(10), 1343-1363.

Lenze, L. (1995). **The pedagogical content knowledge of faculty relatively new to college teaching.** PhD dissertation of the Graduate School, Illinois.

Marks, R. (1990). **Pedagogical content knowledge: from a mathematical case to a modified conception.** *Journal of Teacher Education*. 41 (3). 3-11.

Park, S. H. & Oliver, J. S. (2008). **Re-conceptualization of Pedagogical Content Knowledge (PCK): PCK as a Conceptual Tool to Understand Teachers as Professionals.** *Research in Science Education*. 38(3). 261-284.

Paulsen, M. B. & Feldman, K. A. (2006). **Exploring the dimensions of the scholarship**



**of teaching and learning: Analytics for an emerging literature.** *New Directions for Institutional Research*. 129. 21-36.

Shulman, L.S. (1986). **Those who understand: Knowledge growth in teaching.** *Educational Researcher*, 15(2). 4-14.

Shulman, L. S. (1987). **Knowledge and teaching: Foundations of the new reform.** *Harvard Educational Review*, 57. 1-22.

Shulman, L. S. (1993). **Teaching as a community property: Putting an end to pedagogical solitude.** *Change (The Magazine of Higher Education)*. Nov.-Dec. 6-7.

Silverman, J. & Thompson, P. W. (2008). **Toward a framework for the development of mathematical knowledge for teaching.** *Journal of Mathematics Teacher Education*. 11. 499-511.

Trigwell, K., Martin, E., Benjamin, J. & Prosser, M. (2000). **Scholarship of teaching: a model.** *Higher Education Research and Development*. 19.155-168.



فصلنامه علمی-پژوهشی

۱۶۰

دوره چهارم  
شماره ۱  
زمستان ۱۳۹۰